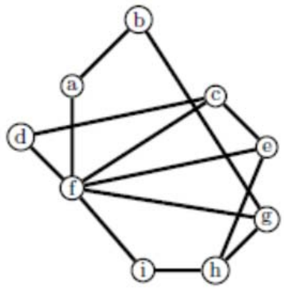
COLORACIÓN DE GRAFOS
Entrega 9

1. Sea el grafo G:



A) Aplica el algoritmo de Brelaz para colorear los vértices de G.

B) Halla un conjunto independiente maximal y determina el número de independencia de G.

Solución

A) La siguiente tabla refleja el orden de coloración de los vértices y el color asignado (los colores se designan con los números 1, 2 y 3) aplicando el algoritmo de Brelaz:

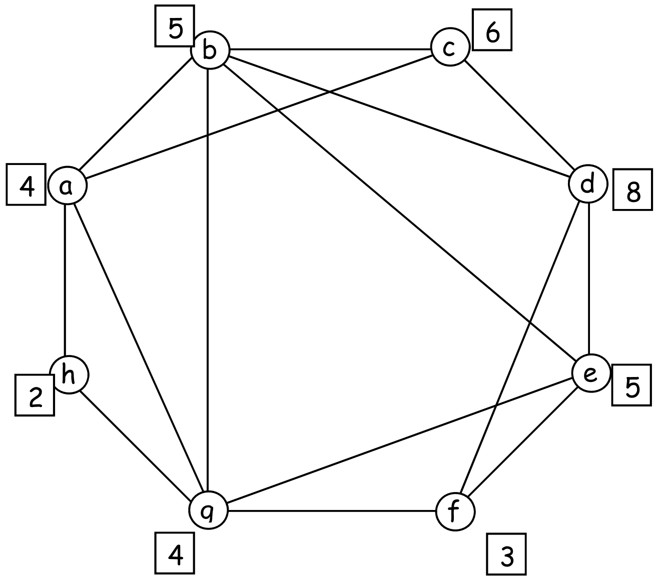
Vértices	**f**	**c**	**e**	**g**	**h**	**a**	**b**	**d**	**i**
d(v)	6	3	3	3	3	2	2	2	2
ds(v)		1	1	1	0	1	0	1	1
ds(v)			2	1	0	1	0	2	1
ds(v)				1	1	1	0	2	1
ds(v)				1	1	1	0		1
ds(v)					2	1	1		1
ds(v)						1	1		1
ds(v)							1		1
ds(v)									1
Orden	1º	2º	3º	5º	6º	7º	8º	4º	9º
Color	1	2	3	2	1	2	1	3	2

B) Un conjunto independiente maximal es $S = \{a; d; e; g; i\}$ y $\alpha(G) = 5$.

2. En los tanques de una piscifactoría se crían diferentes especies de peces. Por diferentes motivos tales como salinidad, predación, incompatibilidad alimenticia, etc., hay especies que deben permanecer en diferentes tanques, pero debido a unas filtraciones sólo se puede utilizar uno de los tanques por lo que se han de trasladar a él todas las especies posibles.
En el grafo de la figura se presenta un ejemplo con 8 especies: {a, b, c, d, e, f, g, h}, cada una representada por un vértice cuya etiqueta indica su valoración. Las aristas indican la existencia de incompatibilidad entre las especies de los extremos. Se pide:

A) ¿Cuál era el número mínimo de tanques utilizado antes de las filtraciones?

B) ¿Cuál es la mayor valoración posible con las especies introducidas en el único tanque disponible tras las filtraciones?



Solución

A) G es conexo y no regular, entonces $\chi(G) \leq \Delta(G) = 5$.

Los vértices {a, b, c, d, e, g} forman un subgrafo W_6, luego $\chi(W_6) = 4 \leq \chi(G)$.

El algoritmo de Brelaz colorea G con 4 colores, por tanto, $\chi(G) = 4$

V	b	g	a	d	e	c	f	h
d(v)	5	5	4	4	4	3	3	2
ds(v)		1	1	1	1	1	0	0
ds(v)			2	1	2	1	1	1
ds(v)				1	2	2	1	2
ds(v)				2		2	2	2
ds(v)						3	2	2
ds(v)							2	2
ds(v)								2
color	1	2	3	2	3	4	1	1

B) El objetivo es construir un conjunto independiente de valor máximo.

Se asigna a cada vértice x una etiqueta: $T(x) = val(x) - \sum_{z \in N(x)} val(z)$, eligiendo en cada paso el vértice u con mayor etiqueta T(u).

I = [], P = V = [a, b, c, d, e, f, g, h]. Las etiquetas iniciales son:

T(a) = – 13, T(b) = – 22, T(c) = – 11, T(d) = – 11, T(e) = – 15, T(f) = – 14, T(g) = – 15, T(h) = – 6,

I = [h], P = [b, c, d, e, f]. Las etiquetas actualizadas son:

T(b) = – 14, T(c) = – 7, T(d) = – 11, T(e) = – 10, T(f) = – 10,

I = [h, c], P = [e, f]. Las etiquetas actualizadas son: T(e) = 2, T(f) = – 2

I = [h, c, e], P = [ ].

El proceso termina porque no hay más vértices. La solución es I = [h, c, e] con valor total 13.